**КЛАССИЧЕСКИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ В ОПИСАНИИ ЭПИДЕМИИ ВИЧ-ИНФЕКЦИИ**

**В.В. Розенталь, О.В. Пантелеева, Н.А. Беляков**

*Санкт-Петербургский Центр по профилактике и борьбе со СПИД и инфекционными заболеваниями*

Многочисленные математические модели были разработаны для описания инфекционных заболеваний, динамики передачи, чтобы понять механизмы распространения эпидемии, для оценки воздействия мероприятий в области общественного здравоохранения или прогноза будущих эпидемий.

Статистическая обработка динамических рядов позволяет выявить основную тенденцию анализируемого процесса и произвести прогнозирование методом экстраполяции (по функциям прямолинейной зависимости и параболы третьей степени). Данный метод может быть адекватен для среднесрочного прогнозирования. Результаты долгосрочного прогнозирования, с точки зрения практической эпидемиологии, вызывают сомнения (рис.1)

Большинство математических моделей имело абстрактный характер, так как они были слабо связаны с постановкой и решением практических задач эпидемиологии. Модель, описывающая причины распространения ВИЧ, должна учитывать известные условия и механизмы передачи ВИЧ.

Ниже предлагается *детерминистическая модель* распространения ВИЧ, типа модели Лотка-Вольтерра. Модель основывается на данных контроля развития эпидемии ВИЧ в Санкт-Петербурге.

***Детерминистическая модель*** описывает динамику заражения групп населения:

***S – лиц, восприимчивых к заражению ВИЧ*** и ***I – лиц, инфицированных ВИЧ***.

В модели используют коэффициенты, отражающие риск передачи между группами S и I. Эти группы в дальнейшем могут быть разделены на небольшие подгруппы. Различные группы населения могут быть разделены на классы того же возраста, пола и сексуальной активности. Такого рода модели помогают понять скорость распространения и картину инфекции среди данного сообщества.

Математических моделей передачи болезни различаются по сложности. Однако простота позволяет лучше понять внутренние свойства моделей. Поэтому был выбран простой вариант модели, согласно которому

изменение числа **S** (лиц, восприимчивых к заражению ВИЧ) обозначены

*- прирост* ***α S***

*- убыль* ***S S*** *(внутренняя конкуренция)*

*- убыль* ***β S I*** *(заражение);*

изменение числа **I**  (лиц, инфицированных ВИЧ) -

*- прирост* ***β S I*** *(заражение)*

*- убыль* ***с I*** *(выбывание из группы)*

*- убыль* ***с g I*** *(внутренняя конкуренция).*

Изменение числа *I - инфицированных* и изменение числа *S - восприимчивых* к заражению образуют систему дифференциальных уравнений, зависящую от коэффициентов: ***α - иммиграционный коэффициент; β – коэффициент скорости заражения; с – коэффициент выбывания из группы I; g – коэффициент внутренней конкуренции из группы I.***

Далее вводится понятие ***К - емкости популяции лиц склонных к заражению***, т.е. группы риска и выполняется переход к новым переменным:

**Y0=S/K**

**Y1=I/K**

Расчеты выполнялись для России и Санкт-Петербурга, а также для наиболее благополучной страны в отношении развития эпидемии ВИЧ – Австралии, и менее благополучной, но с невысоким уровнем ВИЧ, – Канаде.

Расчеты для **России** (рис. 2) показывают соотношение между группами *S-восприимчивых к заражению ВИЧ* и *I – инфицированных ВИЧ*. Экспоненциальное развитие эпидемии определялось большой величиной группы S-восприимчивых к заражению и высоким коэффициентом скорости заражения. Далее, группа S значительно уменьшилась, и темп эпидемии упал. Процесс, однако, носит колебательный характер, хотя величина колебаний со временем уменьшается и стремится к постоянному соотношению между группами S и I, к фокусу.

**РОССИЯ**

-------- Y0

\_\_\_\_\_ Y1

Численность группы

Рис. 2. Соотношение между популяциями впервые выявленных ВИЧ-инфицированных лиц и лиц, склонных к инфицированию (популяция, склонная к инфицированию – ***Y0*** *= S/K*; популяция выявленных впервые ВИЧ инфицированных – ***Y1*** *= I/K*, где *S* - склонные к инфицированию, *I* – инфицированные, *К* - емкость группы риска).

годы

По данным *рисунка 2* период отставания момента выявления больных ВИЧ-инфекцией от момента заражения ВИЧ *составляет 4 года*. Также видно, что смена поколений больных происходит через 9 лет.

По проведенным расчетам кумулятивное число учтенных ВИЧ-инфицированных больных в России будет увеличиваться и к 2015 году составит 850 000 человек (рис.3).



\*\*\*\*\*\*\* YSE

\_\_\_\_\_\_\_ YSR

Численность группы

Рис. 3. Кумулятивное число лиц, инфицированных ВИЧ (**YSE** – публикуемые данные; **YSR** - результаты расчета).

годы

 Все проведенные расчеты основаны на данных оперативного и ретроспективного анализа эпидемиологической ситуации по ВИЧ-инфекции. *Рисунок 4* показывает совпадение расчетной динамики развития эпидемии с литературными данными, что подтверждает эффективность предлагаемой математической модели ВИЧ-инфекции.

**--▪--▪--** YE

\_\_\_\_\_\_ YR

Численность группы

Рис. 4. Количество выявляемых впервые ВИЧ-инфицированных лиц (**YE** – публикуемые данные; **YR**- результаты расчета).

годы

Расчетные показатели для **Австралии** и **Канады** отличаются от российских тем, что численность группы S ниже числа I с самого начала развития эпидемии. Это обстоятельство определяет, по-видимому, низкие уровни заболеваемости ВИЧ-инфекцией (рис.5 и рис.6).

**АВСТРАЛИЯ**

**--▪--▪--** YE

**\_\_\_** YR

Численность группы

Рис. 5. Количество выявляемых впервые ВИЧ-инфицированных лиц (**YE** – публикуемые данные; **YR**- результаты расчета).

годы

**КАНАДА**

--•--•-- YE

\_\_\_ YR

Численность группы

Рис. 6. Количество выявляемых впервые ВИЧ-инфицированных лиц (**YE**  – публикуемые данные; **YR**- результаты расчета).

годы

Сходные процессы происходят и в **Санкт-Петербурге** (рис. 7, 8, 9). Следует отметить, что расхождение между расчетной кривой и литературными данными после 2005 года (рис. 9) объясняются изменениями в системе учета больных, началом проведения ВААРТ, снижением перинатального инфицирования и др.

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**

------- Y0

\_\_\_\_ Y1

Численность группы

Рис. 7. Соотношение между популяциями впервые выявленных ВИЧ-инфицированных лиц и лиц, склонных к инфицированию (популяция, склонная к инфицированию – ***Y0****=S/K,* популяция выявленных впервые ВИЧ инфицированных – ***Y1****=I/K,* *S*- склонные к инфицированию, *I*- инфицированные, *К* - емкость группы риска).

годы



\_\_\_\_\_ YSR

--▪--▪-- YSE

Численность группы

годы

Рис. 8. Кумулятивное число лиц, инфицированных ВИЧ (**YSE**– публикуемые данные; **YSR** - результаты расчета).



--▪--▪- YE

\_\_\_\_ YR

Численность группы

Рис. 9. Количество выявляемых впервые ВИЧ-инфицированных лиц (**YE** – публикуемые данные; **YR**- результаты расчета).

годы

**МОСКВА**

\_\_\_\_\_ Y0

\_\_\_\_\_ Y1

Численность группы

Рис. 10. Соотношение между популяциями впервые выявленных ВИЧ-инфицированных лиц и лиц, склонных к инфицированию (популяция, склонная к инфицированию – ***Y0****=S/K,* популяция выявленных впервые ВИЧ инфицированных – ***Y1****=I/K,* *S* - склонные к инфицированию, *I* – инфицированные, *К* - емкость группы риска).

--▪--▪-- YSE

- - - - - YSR

Численность группы

годы

годы

Рис. 11. Кумулятивное число лиц, инфицированных ВИЧ (**YSE**– публикуемые данные; **YSR**- результаты расчета).

Соотношение кривых на *Рисунках 10, 11, 12* может свидетельствовать о недоучете числа людей с ВИЧ-инфекцией или нетипичном развитии инфекции в этом городе.



--▪--▪-- YE

\_\_\_\_\_ YR

Численность группы

Рис. 12. Количество выявляемых впервые ВИЧ-инфицированных лиц (**YE** – публикуемые данные; **YR** - результаты расчета).

годы

***ВЫВОДЫ:***

1. **Детерминистическая математическая модель помогает более точно и на более длительный период прогнозировать эпидемии хронических инфекций, чем «классические» методики прогнозирования.**
2. **Она позволяет объяснить, в том числе визуально, внутреннюю динамику эпидемического процесса и взаимодействие популяции инфицированных и склонных к инфицированию людей.**
3. **Данная математическая модель дает возможность учитывать влияние на эпидемию вновь возникающих факторов и корректировать дальнейший прогноз.**